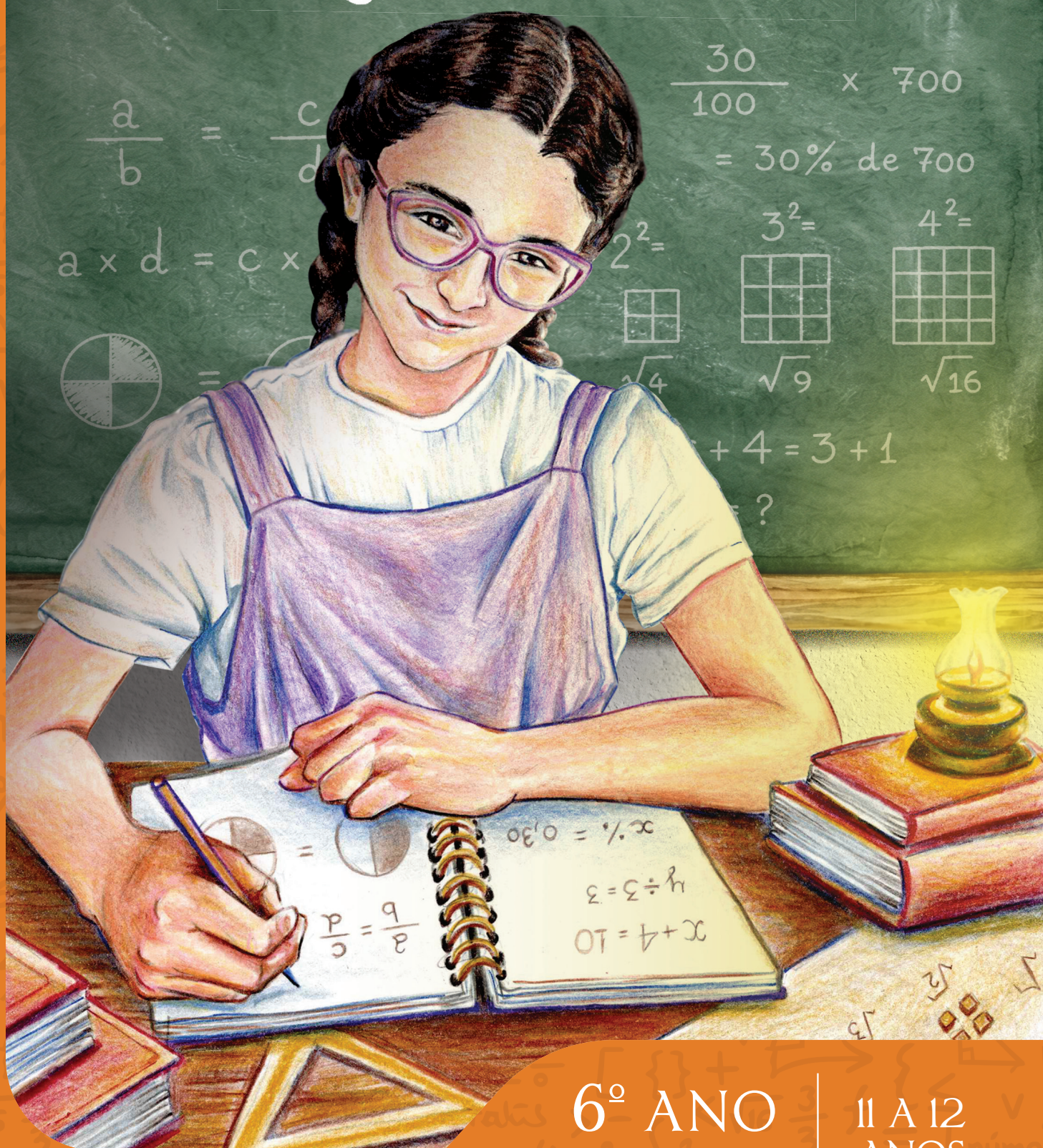


SÉRGIO MORSELLI

Lições de Matemática



6º ANO
1º SEMESTRE

11 A 12
ANOS

Índice

Aluno querido	3
Lição 1 – O que é a matemática? (<i>Aprenda o que é a Matemática, a Aritmética e a Geometria</i>)	5
Lição 2 – Números antigos (<i>História dos algarismos, números egípcios e romanos</i>)	11
Lição 3 – Números indo-arábicos (<i>Princípio Fundamental da Numeração (PFN), classes e ordens</i>)	16
Lição 4 – PFN (<i>Aplicações do PFN, valor relativo e absoluto dos algarismos</i>)	20
Lição 5 – Prova (<i>Avaliação das lições 1 a 4 – Eixo Temático “Números”</i>)	24
Lição 6 – Adição (<i>Propriedades associativa e comutativa</i>)	26
Lição 7 – Subtração (<i>Definição, propriedades e prática</i>)	30
Lição 8 – Multiplicação (<i>Propriedades associativa, comutativa e distributiva</i>)	35
Lição 9 – Multiplicação (<i>Algoritmo</i>)	39
Lição 10 – Dígitos faltantes (<i>Resolução de problemas com algarismos faltantes</i>)	41
Lição 11 – Divisão (<i>Definição, propriedades e prática</i>)	44
Lição 12 – Divisão (<i>Propriedade distributiva da divisão</i>)	47
Lição 13 – Divisão (<i>Propriedade da divisão de um produto</i>)	50
Lição 14 – Praticando divisão (<i>Resolução de problemas com as propriedades da divisão</i>)	54
Lição 15 – Divisão como fração (<i>Simplificando divisões antes de resolver</i>)	56
Lição 16 – Prova (<i>Avaliação das lições 6 a 15 – Eixo Temático “Quatro operações”</i>)	58
Lição 17 – Potenciação (<i>Revisão, definição e prática</i>)	59
Lição 18 – Potências de base 10 (<i>Potências de base dez: 10, 100, 100 etc.</i>)	62
Lição 19 – Radiciação (<i>Introdução às raízes quadradas</i>)	65
Lição 20 – Radiciação (<i>Índice de raízes e raízes não exatas</i>)	68
Lição 21 – Radiciação (<i>Estimando raízes quadradas</i>)	72
Lição 22 – Expressões numéricas (<i>Expressões com raízes e potências</i>)	76
Lição 23 – Prova (<i>Avaliação das lições 17 a 22 – Eixo Temático “Potenciação e radiciação”</i>)	78
Lição 24 – Números figurados (<i>Números triangulares e quadrados</i>)	79
Lição 25 – Números primos (<i>Números primos à luz dos gregos clássicos</i>)	83
Lição 26 – Divisibilidade (<i>Critérios de divisibilidade</i>)	87
Lição 27 – O crivo (<i>Revisão e prática do crivo de Eratóstenes</i>)	91
Lição 28 – Calculando primos (<i>Regra para descobrir se um número é primo</i>)	94
Lição 29 – TFA (<i>Teorema Fundamental da Aritmética</i>)	97

Lição 30 – Divisores (<i>Descobrimos divisores por fatoração</i>)	101
Lição 31 – Quantidade de divisores (<i>Cálculo do total de divisores de um número</i>)	104
Lição 32 – Quantidade de divisores (<i>Método para encontrar todos os divisores de um número</i>)	108
Lição 33 – Prova (<i>Avaliação das lições 24 a 32 – Eixo Temático “Divisibilidade”</i>)	111
Lição 34 – A Conjectura de Goldbach (<i>uma lição curiosa! Vamos aplicar a divisibilidade</i>)	114
Lição 35 – Números perfeitos (<i>uma lição curiosa sobre a matemática clássica grega</i>)	116
Lição 36 – Números mágicos (<i>mais uma lição curiosa, agora sobre um famoso jogo!</i>)	118
Lição 37 – MMC e MDC (<i>Revisão e prática MMC e MDC</i>)	120
Lição 38 – Divisão e número misto (<i>Número misto e fração imprópria</i>)	123
Lição 39 – O reino das frações (<i>Conhecimentos necessários para dominar frações</i>)	127
Lição 40 – Adição de frações (<i>Tudo sobre a adição de frações</i>)	131
Lição 41 – Subtração de frações (<i>Tudo sobre a subtração de frações</i>)	135
Lição 42 – Multiplicação de frações (<i>Tudo sobre a multiplicação de frações</i>)	139
Lição 43 – Divisão de frações (<i>Tudo sobre a divisão de frações</i>)	143
Lição 44 – Expressões fracionárias (<i>Resolução de problemas de expressões com frações</i>)	147
Lição 45 – Frações avançadas (<i>Casos avançados de frações</i>)	149
Lição 46 – Frações e potenciação (<i>Potências com frações</i>)	151
Lição 47 – Frações e radiciação (<i>Raízes de frações</i>)	154
Lição 48 – Prova (<i>Avaliação das lições 37 a 47 – Eixo Temático “Frações”</i>)	157
Lição 49 – Frações decimais (<i>Fração ordinária e decimal</i>)	158
Lição 50 – Números decimais (<i>Frações decimais e potências de dez</i>)	162
Lição 51 – Números decimais (<i>Adição, subtração e multiplicação com decimais</i>)	165
Lição 52 – Divisão decimal (<i>Divisão de números decimais</i>)	168
Lição 53 – Divisão decimal (<i>Divisão de inteiros com resultado decimal</i>)	172
Lição 54 – Divisão decimal (<i>Divisão decimal essencial</i>)	176
Lição 55 – Potências decimais (<i>Cálculo de potências com decimais</i>)	180
Lição 56 – Raízes decimais (<i>Raízes de decimais</i>)	183
Lição 57 – Resolução de problemas (<i>Problemas com números decimais</i>)	186
Lição 58 – Prova (<i>Avaliação das lições 49 a 57 – Eixo Temático “Decimais”</i>)	189
Lição 59 – Revisão (<i>Revisão de todo o conteúdo do semestre</i>)	190
Lição 60 – Prova final (<i>Conclusão do semestre</i>)	193

Aluno(a) querido(a),

Tens, em tuas mãos, o livro Lições de Matemática do sexto ano, primeiro semestre.

Com ele, começa uma nova jornada. Ficaram para trás os primeiros anos de aprendizado, e a matemática que agora te espera é mais exigente, mas também fascinante.

Cada lição vencida deste livro é uma porta que se abre. Aprender é uma aventura e, como toda grande aventura, a recompensa é generosa para quem persevera até o fim.

Espero que recebas este livro com alegria e que sintas prazer na resolução dos exercícios.

Procura fazer tudo com esforço e atenção. Sem trabalho constante, não alcançarás o resultado que deves e precisas obter.

Lembra-te de que não existe exercício fácil o suficiente para te recusares a fazer, nem exercício difícil o suficiente para te fazer desistir.

O primeiro passo para aprender é a humildade: não sabemos tudo, e sempre temos algo a aprender.

Se considerares um exercício fácil, resolve-o com humildade; se achares um exercício difícil, persevera até obteres a resposta. O que hoje te parece impossível, dentro de algumas semanas te parecerá simples — mas só se não desistires no meio do caminho.

Não será demais repetir: não erres as operações, faz tudo com a máxima atenção, pois triste é errar sabendo acertar.

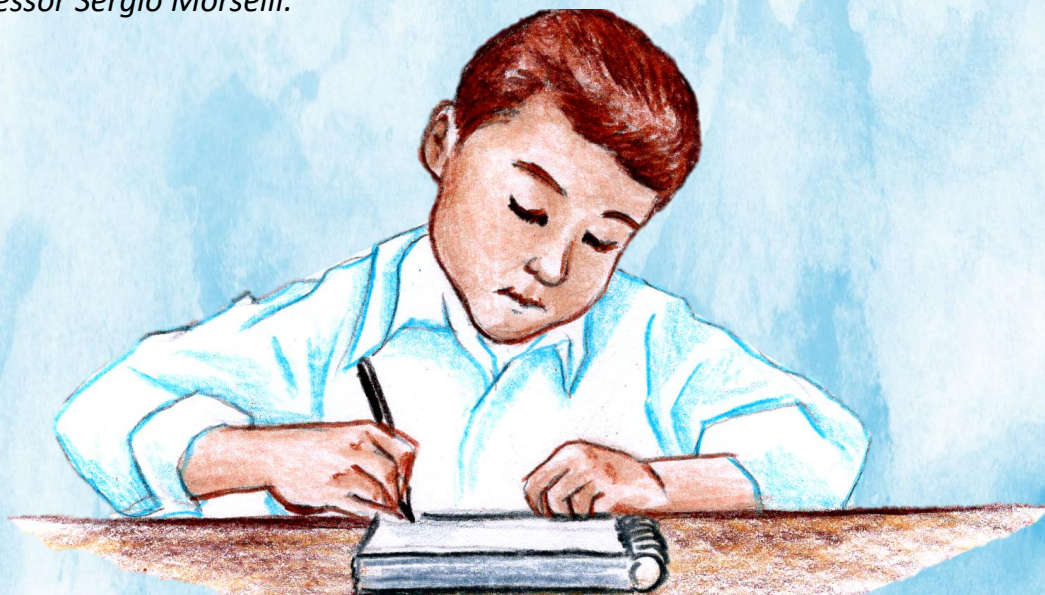
Sê caprichoso em tua caligrafia e ordenado em tua escrita: um caderno bem cuidado dá prazer. Os teus cadernos serão o reflexo da tua alma.

Repete muitas vezes os trabalhos dados, pois, sem repetição, facilmente esquecerás.

Se souberes fazer com acerto e rapidez os exercícios deste livro, esteja certo de que teus estudos serão bem sucedidos, e tu te tornarás cada dia mais inteligente.

Estuda com afinco, cumpre o teu dever, só assim poderás ser feliz.

Professor Sergio Morselli.





Lição 1

Qual é a matemática?



Dia ____ / ____ / ____

Comecei às: ____

Terminei às: ____

Demorei ____ minutos.

Prepare-se

1

$$800 + 121$$

3

$$70 \times 40$$

5

$$2,5 + 1,2$$

7

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$$

2

$$1000 - 125$$

4

$$360 \div 90$$

6

$$6,5 - 5,5$$

8

$$\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$$

8 continhas para aquecer

Resolva no seu caderno!

Lição

Se alguém lhe perguntasse, valendo um prêmio maravilhoso, **o que é a matemática** – o que você responderia?

Hoje iniciamos uma grande jornada de aprendizagem. A matemática a partir do sexto ano é exigente, mas também fascinante e cheia de descobertas. E, para começar nossos estudos, nada melhor do que aprender, afinal, o que é a matemática! Para isso, imagine a seguinte cena:



Um biólogo, um pintor e um matemático observam uma árvore e um cesto de maçãs. Embora estejam diante da mesma cena, cada um presta atenção em coisas diferentes. O que interessa a cada um?

As ciências estudam a realidade



O biólogo quer saber que espécie de árvore é essa, como ela se nutre e cresce, como as maçãs se formam e como elas podem germinar e dar origem a novas árvores.



O pintor observa as cores (o verde das folhas, o vermelho das maçãs, o marrom do tronco), a textura da casca, as formas, as sombras e o efeito da luz sobre a cena.



Já o matemático vai se interessar por quantidades: a altura da árvore, o número de maçãs, o peso, o volume do cesto, proporções e razões entre esses números.

Eles veem a mesma cena, mas direcionam sua atenção a partes diferentes da realidade. Isso acontece porque cada ciência faz perguntas próprias. O que é comum a todas é o estudo da realidade: as coisas como elas são. Com a matemática não é diferente: ela também estuda a realidade.

O que é, então, a matemática?

O matemático está interessado em quantidades: o número de maçãs, seu peso, volume do cesto, altura da árvore etc.

Isso é assim porque a **matemática é a ciência que estuda a quantidade**.

A **quantidade** pode ser de coisas que **contamos**, como as maçãs no cesto, ou de coisas que **medimos**, como a altura da árvore.

A quantidade que contamos é chamada **quantidade discreta** (maçãs no cesto).

A quantidade que medimos é chamada **quantidade contínua** (altura da árvore).

Quantidade discreta

A **quantidade discreta** é aquela que contamos separadamente uma por uma, como as maçãs no cesto (a palavra “discretus”, do latim, significa “separado”).

Outros exemplos: um grupo de crianças, uma pilha de livros, uma fileira de automóveis e os lápis em seu estojo são quantidades discretas – porque você pode contá-los um a um.

A **Aritmética** é a parte da matemática que estuda a quantidade discreta.

Quantidade contínua

Já a **quantidade contínua** é a que medimos, como a altura da árvore.

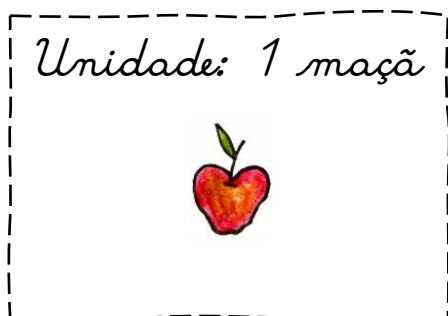
Outros exemplos: seu peso, o comprimento de uma rua, o volume de um líquido em um copo, a profundidade de um rio, a medida do lado de um quadrado etc.

A **Geometria** é a parte da matemática que estuda a quantidade contínua.

A unidade

Para **contar** ou **medir**, começamos sempre com a **unidade**.

Na **Aritmética** (*quantidade discreta*), a unidade é determinada. Por exemplo: para contar maçãs, a unidade é 1 maçã. O número de maçãs no cesto diz qual o total de unidades.



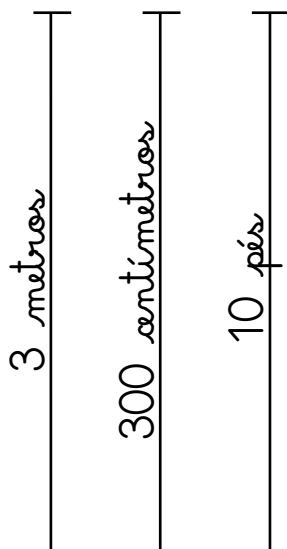
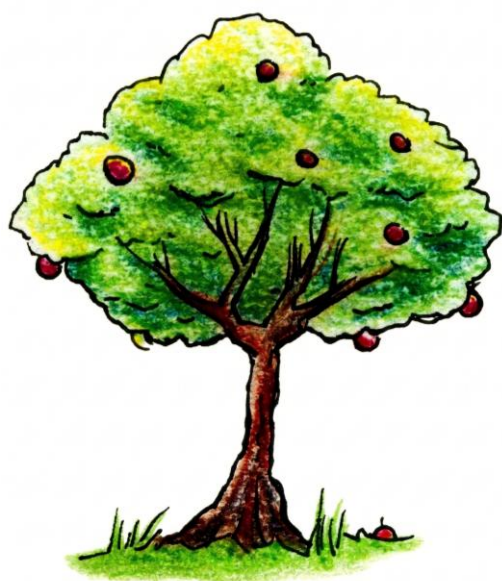
Já na **Geometria** (*quantidade contínua*), a unidade é arbitrária.

Por exemplo: que unidade utilizar para medir a altura de uma árvore?

Você pode utilizar o metro, o centímetro, o pé, o palmo etc.

Para cada unidade escolhida, o número que expressa a altura da árvore será diferente – mas a altura da árvore é sempre a mesma. Certo?

Por exemplo: ao usar “1 metro” como unidade de medida, podemos dizer que a árvore tem 3 metros; ao usar “1 centímetro”, podemos dizer que a árvore tem 300 centímetros. Ao usar “1 pé”, podemos dizer que a árvore tem 10 pés de altura.



Embora 3 seja diferente de 10 e de 300, quando atribuímos o nome 3 metros, 300 centímetros e 10 pés, essas medidas passam a expressar o mesmo tamanho.

Vamos praticar juntos:

- ① Em um cesto há 20 laranjas. Pergunta-se:
 - a) Em 20 laranjas, qual é a unidade?
 - b) Trata-se de uma quantidade discreta ou contínua?
- ② Da cidade A até a cidade B há 60 quilômetros. Pergunta-se:
 - a) Em 60 quilômetros, qual é a unidade?
 - b) Trata-se de uma quantidade discreta ou contínua?

Respostas: 1. a) a unidade é 1 laranja; b) discreta.
2. a) a unidade é 1 quilômetro; b) contínua.

Era uma vez na matemática...

Durante milhares de anos, os homens mediram as coisas com o próprio corpo: usavam a polegada, o palmo, o pé e até uma medida chamada côvado, o comprimento do braço.

O problema era chegar a um acordo: quando um tecido era vendido em pés, de quem era o pé que valia? Afinal, cada um tem seu pé!

A primeira solução veio do Egito. Lá decidiram assim: o braço que vale é o do faraó. Então fizeram uma barra de pedra do tamanho exato do braço dele, e todos passaram a utilizá-la como referência: era a medida de 1 côvado.

Muito tempo depois, os reis da Inglaterra fizeram a mesma coisa com o pé e a polegada. E deu tão certo que essas medidas são usadas até hoje na Inglaterra e nos Estados Unidos!

Séculos mais tarde, os franceses quiseram uma unidade de medida que não pertencesse a nenhum rei ou homem. Escolheram, então, a própria Terra: o metro nasceu como a décima milionésima parte da distância do Equador ao Polo Norte. Uma barra oficial com a medida de 1 metro foi, então, fabricada em Paris, e o mundo (quase) inteiro passou a usar o metro como referência, com seus múltiplos e submúltiplos!

Tudo isso aconteceu por causa do desafio da quantidade contínua.

Encontrar formas de medir uma altura, uma distância, um tecido etc., onde a unidade é arbitrária, foi um desafio que atravessou milênios e envolveu faraós, reis e sábios, numa busca por uma medida simples que todos pudessem reconhecer!



Para memorizar

- ✓ A **matemática** é a ciência que estuda a quantidade.
- ✓ A quantidade pode ser classificada em dois grupos: **discreta** (coisas que contamos uma por uma) ou **contínua** (coisas que medimos).
- ✓ A **Aritmética** é a parte da Matemática que estuda a **quantidade discreta**.
- ✓ A **Geometria** é a parte da Matemática que estuda a **quantidade contínua**.
- ✓ O número diz quantas unidades há na quantidade.

Com ajuda de seu professor, liste 3 quantidades discretas e 3 contínuas, para além das maçãs no cesto e a altura de uma árvore.

Prática

① Em seu caderno, responda (*estas mesmas perguntas seu professor fará em voz alta no desafio no final da lição de hoje. Responda agora com atenção para chegar preparado*):

- O que é a matemática?
- A quantidade pode ser classificada em dois grupos. Quais?
- O que é a Aritmética?
- O que é a Geometria?
- Dê 3 exemplos de quantidade discreta.
- Dê 3 exemplos de quantidade contínua.
- Em 48 lápis, qual é a unidade? Qual é o número?
- Em 85 quilogramas, qual é a unidade? Qual é o número?

② Escreva se a quantidade é discreta ou contínua:

- O número de portas em sua casa.
- A largura de uma mesa.
- O tempo que você leva para escovar os dentes.
- O número de amigos que você tem.
- Quantos livros você leu no mês passado.
- A distância da Terra à Lua.
- Sua altura.
- O número de laranjas na fruteira.

③ Indique a unidade e o número de cada quantidade:

- 12 maçãs.
- 3 metros.
- 500 gramas.
- 1,5 litro.

④ Nem sempre a resposta depende só do objeto, mas também do que se pergunta sobre ele. Responda:

- Contar quantos copos de água cabem numa garrafa é quantidade discreta ou contínua?
- E medir quantos litros de água há nessa mesma garrafa?
- Cortar um barbante em 5 pedaços e contá-los: discreta ou contínua?
- Medir o comprimento desse mesmo barbante: discreta ou contínua?

⑤ Meça o comprimento da mesa em que você estuda de três formas: primeiro, utilizando uma régua; segundo, com a palma de sua mão; e terceiro, com um lápis.

Escreva o resultado de cada medida numa tabela como a de baixo, em seu caderno:

Régua:	Palmo:	Lápis:
___ centímetros	___ palmos	___ lápis

Com sua tabela preenchida, responda:

- Os números obtidos em cada medida foram iguais ou diferentes?
- Por que os números obtidos foram diferentes? A mesa mudou de tamanho?
- O comprimento da mesa é uma quantidade discreta ou contínua?

Desafio Olímpico

Você é um bom orador?

Saber matemática não é apenas resolver contas!

É preciso conhecer as definições, explicá-las e argumentar com clareza.

Neste desafio, seu professor fará perguntas para você responder em voz alta.

Argamente e justifique suas respostas com segurança, usando suas palavras.

Caso sinta necessidade, revise a lição para ter as respostas na ponta da língua.

⚡ Quando você estiver pronto, entregue este livro ao seu professor, que irá lhe perguntar:



Parte 1: definições

- 1) O que é a matemática?
- 2) Quais são os dois tipos de quantidade?
- 3) O que é a Aritmética?
- 4) O que é a Geometria?

Parte 2: explique e argumente

- 5) Dê 3 exemplos de quantidades discretas.
- 6) Dê 3 exemplos de quantidades contínuas.
- 7) Em 25 maçãs, qual a unidade?
- 8) Em 50 metros, qual a unidade?
- 9) Se eu contar as maçãs de um cesto e depois pesar essas mesmas maçãs, que tipos de quantidade eu obtive em cada caso?

Parte 3: pesquisa

10) Vamos aprender as medidas antigas. Mostre-me: o que é a medida de uma polegada? O que é um palmo? Que medida é um pé? Que medida é um côvado?



OURO

10 respostas certas.
Parabéns! Você dominou a lição!



PRATA

9-8 respostas certas.
Revise os pontos que faltaram.



BRONZE

7-6 respostas certas.
Releia a lição e tente novamente.

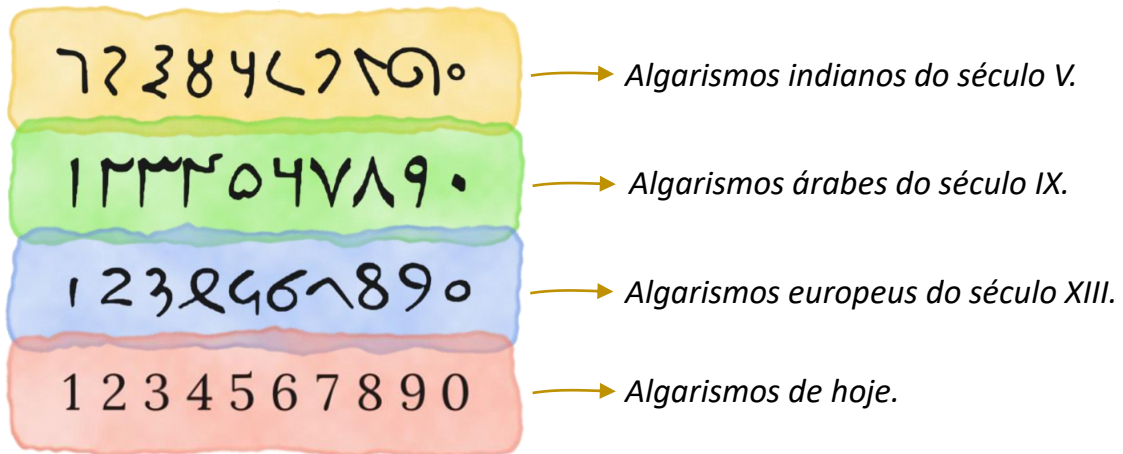
Números antigos

Demorei _____ minutos.



A evolução dos algarismos

Os números que você escreve hoje já foram bem diferentes!



Mas... e antes?

Os algarismos que hoje usamos e estão tão presentes em nossas vidas nem sempre existiram.

Há muito tempo, os pastores contavam com riscos.

Na imagem ao lado, um pastor conta até 6 (observe como há seis riscos em seu cajado).

Estaria ele conferindo se todos os seus carneiros estavam no aprisco?

Imagine, agora, que o pastor tivesse 100, e não 6 carneiros!

Como contar com riscos, sem se confundir, uma quantidade tão grande?

É fácil, portanto, entender por que não usamos mais os riscos para contar e registrar quantidades: basta imaginar o tamanho da etiqueta para mostrar o preço de um objeto que custe mais de mil reais!



Como ler e escrever o preço desta roupa com riscos? Precisamos de números!

Alguns povos antigos desenvolveram sistemas de numeração muito interessantes e curiosos, como os egípcios e os romanos.

Vamos entender como eles contavam e escreviam as quantidades.

Essa casa está à venda! Seu preço? Muitos e muitos riscos!

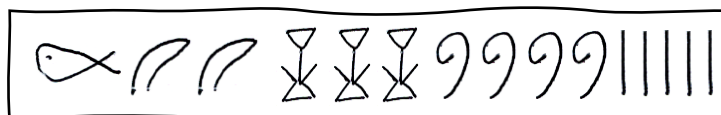


Números egípcios

Há 3000 anos, os egípcios escreviam os números utilizando símbolos chamados *hieróglifos*. Estes eram os símbolos e seus respectivos valores:

Símbolo		∩	9	⌵	∩	⊖	⌵
Valor	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000

Assim era escrito, por exemplo, o número 123.405:



Números romanos

Os romanos usavam como algarismos as sete letras maiúsculas:

Letra	I	V	X	L	C	D	M
Valor	1	5	10	50	100	500	1000

Os números romanos ainda podem ser encontrados em uso hoje na designação de capítulos ou parágrafos em livros, nas datas de monumentos, na distinção da cronologia dos reis, em relógios clássicos etc.

Para escrever números romanos, observam-se as regras:

- 1) as letras I, X, C e M podem ser repetidas até três vezes: III é 3; XXX é 30; MMM é 3000.
- 2) uma letra maior seguida de uma menor indica adição: XI é 11; XV é 15; MD é 1500.
- 3) as letras I, X e C antes de uma maior indicam subtração: IX é 9; XL é 40; CM é 900.

Assim é escrito o número 1291 com algarismos romanos:

MCCXCI

Curiosidade: ambos os sistemas de numeração egípcio e romano são decimais (assim como nossos números). A diferença é que os romanos criaram símbolos intermediários entre duas ordens consecutivas: V fica entre I e X; L fica entre X e C; e D fica entre C e M.

Para memorizar

- ✓ **Algarismos** são os símbolos com que escrevemos os números, assim como as letras são os símbolos com que escrevemos as palavras.
- ✓ Nossos algarismos são dez e chamam-se **indo-arábicos**: nasceram na Índia no século V, foram adotados pelos árabes no século IX e pelos europeus a partir do século XIII.
- ✓ Os **egípcios** escreviam com **hieróglifos**, e cada símbolo valia uma potência de dez.
- ✓ Os **números romanos** são escritos com sete letras, seus algarismos: I, V, X, L, C, D e M.

Prática

① Em seu caderno, escreva:

- a) O ano em que você nasceu com algarismos egípcios.
- b) O número 214 com algarismos romanos.
- c) O número 1.230.054 com algarismos egípcios.
- d) O ano da Independência do Brasil com algarismos romanos.
- e) O número 512.308 com algarismos egípcios.

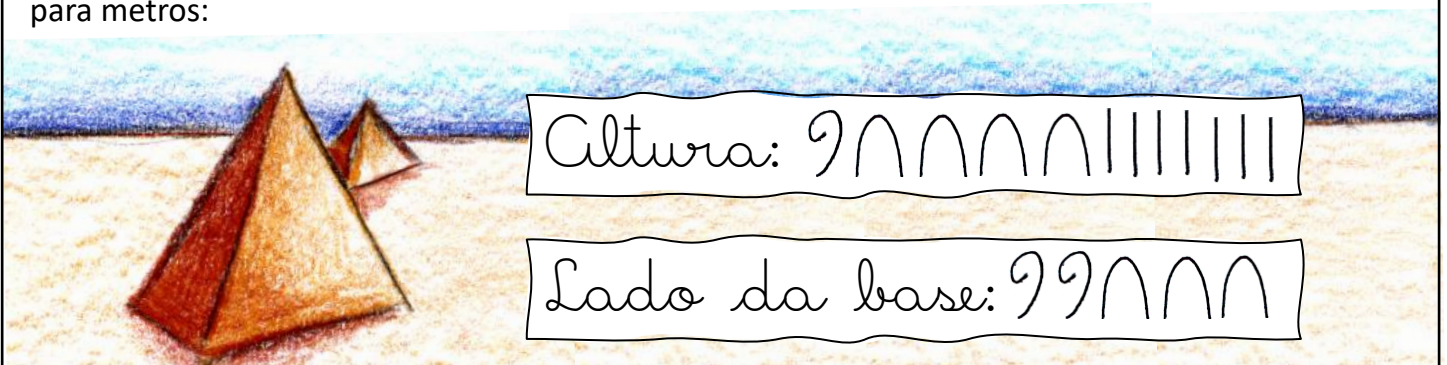
② Em seu caderno, complete a tabela:

Número indo-arábico	Número egípcio	Número romano
88		
634		
949		
1846		
2591		

③ Escreva com algarismos indo-arábicos:

- a) MCDLXXIX.
- b) DCXLIV.
- c) MMXCVI.
- d) MCCVII.

④ A mais famosa das pirâmides do Egito é a grandiosa Pirâmide de Gizé (ou Pirâmide de Quéops), uma pirâmide quadrangular regular: sua base é um quadrado, e as faces laterais são triângulos isósceles. Um documento antigo traz os seguintes dados sobre a pirâmide, convertidos para metros:



Sabendo que a altura e o lado da base estão em metros, quais são os valores dessas medidas escritas em números indo-arábicos?

⑤ Escreva o número três mil oitocentos e oitenta e oito com a) algarismos egípcios; b) algarismos romanos; e c) com algarismos indo-arábicos. Olhando suas respostas, qual dos três sistemas é mais simples e econômico? Converse com seu professor a respeito.

Desafio Olímpico

7 2 3 8 4 7 1 0

Algarismos indianos do século V.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Algarismos árabes do século IX.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Algarismos europeus do século XIII.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Algarismos de hoje.

- ① Você encontrou um raríssimo manuscrito da Índia do século V.
Que números estão escritos? Escreva-os com algarismos de hoje:

Número indiano
7 2 3
8 0 7
4 7 3 2
1 8 7 0 4

- ② Agora, você é um calculista árabe do século IX.
Qual é o resultado das operações? Escreva os resultados:
- Com os algarismos indo-arábicos de hoje;
 - Com os algarismos árabes do século IX.

Números árabes
1 + 2
100 - 25
7 × 9
34 + 12



Lição 19

Radiciação



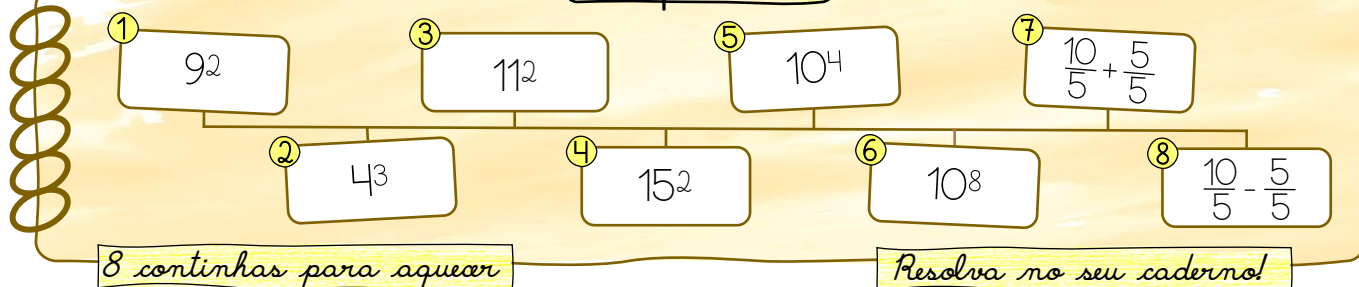
Dia ____ / ____ / ____

Comecei às: ____

Terminei às: ____

Demorei ____ minutos.

Prepare-se



Lição

Já sabemos como calcular a segunda potência de um número, por exemplo:

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

Da mesma forma, $6^2 = 36$, $7^2 = 49$ etc.

Na lição de hoje, vamos aprender a operação inversa da potenciação: **a radiciação**.

Pergunto: que número, elevado ao quadrado, dá 25?

Você já sabe responder: é o 5, pois $5 \times 5 = 25$.

Logo, a raiz quadrada de 25 é 5. Escrevemos:

$$\sqrt{25} = 5$$

Lemos: “a raiz quadrada de 25 é igual a 5”.

O símbolo $\sqrt{\quad}$ chama-se **radical**; o número dentro do radical chama-se **radicando**. O resultado (5) é a **raiz**.

A raiz quadrada de um número é o número que, multiplicado por si mesmo, resulta nesse número.

Exemplos:

- ❖ A raiz quadrada de 4 é 2, porque $2 \times 2 = 4$. Escrevemos: $\sqrt{4} = 2$.
- ❖ A raiz quadrada de 9 é 3, porque $3 \times 3 = 9$. Escrevemos: $\sqrt{9} = 3$.
- ❖ A raiz quadrada de 16 é 4, porque $4 \times 4 = 16$. Escrevemos: $\sqrt{16} = 4$.

Potências e raízes

Assim como adição e subtração, potenciação e radiciação são operações inversas. Por isso, há uma maneira simples de conferir raízes quadradas: basta elevar a resposta ao quadrado.

Por exemplo: é certo afirmar que a raiz quadrada de 324 é 18? Ou seja, $\sqrt{324} = 18$?

— Basta multiplicar 18×18 para conferir!

Fazendo os cálculos, verificamos que $18 \times 18 = 324$.

Logo, sim: $\sqrt{324} = 18$.

Na lição 17 você memorizou os quadrados dos números de 1 a 20.

Dissemos nessa lição que, ao memorizar os quadrados e cubos, seria possível resolver potências com facilidade e agilidade.

Mas não só potências: muito mais! A mesma tabela dos quadrados, lida de trás para a frente, é uma tabela de raízes quadradas.

Por exemplo: se $12^2 = 144$, então $\sqrt{144} = 12$.

Assim, ao memorizar os quadrados, você também estava aprendendo e memorizando as raízes quadradas!

Tire três minutos para memorizar as raízes quadradas. Seu professor irá tomar esse conteúdo em voz alta:

Raízes quadradas exatas

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} = 5$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{121} = 11$	$\sqrt{144} = 12$	$\sqrt{169} = 13$	$\sqrt{196} = 14$	$\sqrt{225} = 15$
$\sqrt{256} = 16$	$\sqrt{289} = 17$	$\sqrt{324} = 18$	$\sqrt{361} = 19$	$\sqrt{400} = 20$

Os números 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49... que têm raiz quadrada exata chamam-se **quadrados perfeitos**.

Para memorizar

- ✓ A **radiciação** é a operação **inversa** da potenciação.
- ✓ A **raiz quadrada** de um número é o número que, multiplicado por si mesmo, resulta nesse número. Assim, $\sqrt{25} = 5$, porque $5 \times 5 = 25$.
- ✓ Em $\sqrt{25} = 5$, o sinal $\sqrt{}$ é o **radical**, o 25 é o **radicando** e o 5 é a **raiz**.
- ✓ Para conferir uma raiz quadrada, basta elevá-la ao quadrado: $\sqrt{324} = 18$ porque $18 \times 18 = 324$.
- ✓ A área de um quadrado é igual ao quadrado da medida de seu lado. Logo, a raiz quadrada da área de um quadrado é a própria medida do seu lado.
- ✓ Memorize as raízes quadradas dos quadrados perfeitos.

Desafio extra: professor, cobre as raízes quadradas da tabela acima. O(a) aluno(a) deve responder o valor de cada raiz em voz alta. Quantos consegue responder sem olhar?



Era uma vez na Matemática...

Por que a raiz se chama “quadrada”?

No livro “Liber Abaci”, de Fibonacci, escrito em 1202, ao tratar de um quadrado de 9 unidades de área, ele escreveu:

$$A = 9$$

*“Radix quadratum
9 aequalis 3”.*



Que, traduzido, significa: o lado do quadrado de área 9 é igual a 3.

Logo, a origem da palavra raiz remonta ao lado de um quadrado.

Alguns linguistas e estudiosos ainda apontam para o fato de a palavra raiz também significar “a origem, o sustento, o fundamento”.

Pense em uma planta ou árvore: a raiz é aquilo que fica escondido e dá sustentação, certo? Assim como a raiz escondida sob a terra sustenta a árvore, a raiz de um número é aquele fator “escondido” que, multiplicado por si mesmo, dá origem a este número.

Prática

① Com suas palavras, explique o que é raiz quadrada e dê um exemplo.

② Em $\sqrt{81} = 9$, indique o radical, o radicando e a raiz.

③ Encontre as raízes:

a) $\sqrt{49}$	b) $\sqrt{64}$	c) $\sqrt{144}$	d) $\sqrt{100}$
e) $\sqrt{36}$	f) $\sqrt{256}$	g) $\sqrt{441}$	h) $\sqrt{625}$
i) $\sqrt{400}$	j) $\sqrt{900}$	k) $\sqrt{1600}$	l) $\sqrt{2500}$

④ Complete com o radicando que falta:

a) $\sqrt{\quad} = 6$	b) $\sqrt{\quad} = 5$	c) $\sqrt{\quad} = 9$	d) $\sqrt{\quad} = 7$
e) $\sqrt{\quad} = 11$	f) $\sqrt{\quad} = 14$	g) $\sqrt{\quad} = 17$	h) $\sqrt{\quad} = 12$
i) $\sqrt{\quad} = 15$	j) $\sqrt{\quad} = 20$	k) $\sqrt{\quad} = 25$	l) $\sqrt{\quad} = 42$

⑤ Responda:

a) Uma sala quadrada foi coberta com 144 ladrilhos quadrados. Quantos ladrilhos há em cada fileira?

b) Um terreno quadrado tem 2500 m² de área. Quanto mede cada lado?

c) O radicando é 361. Qual a raiz quadrada?

Desafio Olímpico



Qual a raiz quadrada de 260.100?

Dica: há várias formas de obter essa resposta. Como esta é sua primeira lição deste tema, você pode resolver até mesmo por tentativa e erro! Que número multiplicado por ele mesmo se aproxima de 260.100? Tente até encontrar a resposta!

Lição 33

Prova

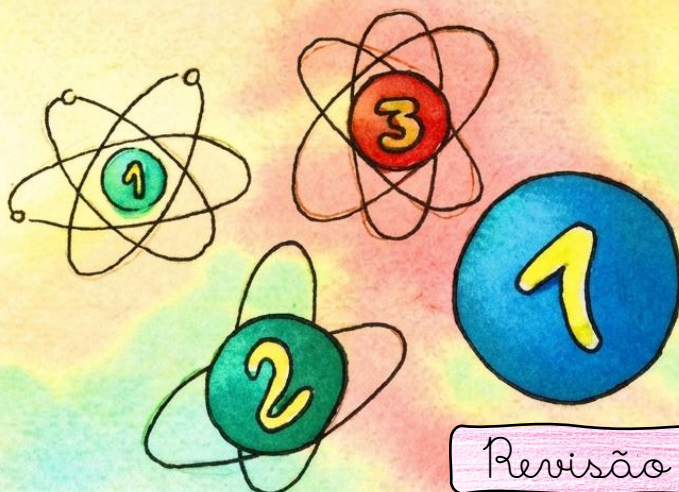


Dia ____ / ____ / ____

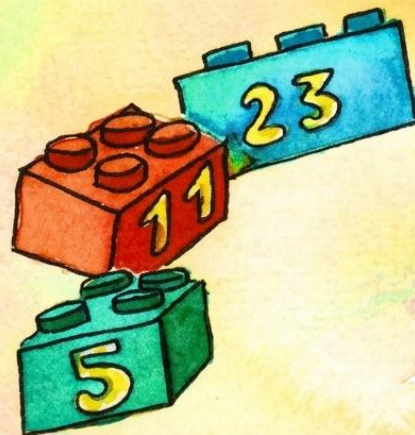
Comecei às: ____

Terminei às: ____

Demorei ____ minutos.



Revisão



Na presente lição, vamos revisar e praticar o que estudamos nas lições 24 a 32, que tratam de Divisibilidade e dos números primos – temas de enorme importância na matemática!

Para os antigos gregos, os números não eram apenas quantidades para contar ovelhas ou moedas. Eles eram quase como seres vivos dotados de identidade própria!

Brincando com pedrinhas, os gregos descobriram os números figurados.

Eles perceberam que alguns números podiam formar triângulos (1, 3, 6, 10...), outros formavam quadrados (1, 4, 9, 16...) e havia até números que formavam pentágonos e hexágonos.

E que grande surpresa quando descobriram os números primos!

Ao contrário dos outros, os primos são “teimosos”, pois se recusam a ser organizados em retângulos: a única forma de organizá-los é em uma fila única, pois eles só podem ser divididos por 1 e por eles mesmos.

Os átomos da matemática

E por que os gregos ficaram tão fascinados com os números primos?

É simples de entender: os gregos antigos, como o filósofo Demócrito, acreditavam que tudo no universo era formado por minúsculas partículas invisíveis chamadas átomos.

Na matemática, acontece algo parecido: segundo o **Teorema Fundamental da Aritmética (TFA)**, os números primos são os “átomos” construtores da matemática. Diz o TFA:

Todo número maior que 1 ou é primo, ou é construído por meio da multiplicação de primos.

Ou seja, **os números primos são as peças de LEGO do universo numérico**. Se você “desmontar” qualquer número com a fatoração, no final das contas só restarão primos.

Lembra do Pitágoras? Já vimos como ele acreditava que os números eram a origem de todas as coisas. Pois agora, veja que fascinante: acabamos de descobrir que os primos são a origem dos números!

Se os números estão na origem de tudo, os primos estão na origem dos números, pois “constroem” todos os números. **Não é à toa que esse assunto era tão importante para os gregos, e continua importante na matemática até hoje!**

Um mapa de seu aprendizado

Assim como quem procura um tesouro, você deve procurar sabedoria e conhecimento.

E aqui está o mapa do tesouro para entender os números primos!

Foi essa a trajetória que seguimos nas lições de 24 a 32:

1) Para entender os números primos, precisamos mergulhar no estudo da **divisibilidade**.

Isso é necessário porque a própria definição de primo é a sua quantidade de divisores!

Se os primos são as peças de "LEGO" da matemática, a divisibilidade é o manual que explica como as peças se encaixam.

2) Não se perca na trilha! É preciso diferenciar múltiplos de divisores, percebendo como os divisores são limitados e os múltiplos não.

3) Ganhe agilidade! Memorize as regras de divisibilidade para as divisões por 2, 3, 4, 5, 6, 9 e 10, que facilitam o raciocínio.

4) Com essas habilidades, pegue sua "peneira" para filtrar os números primos. A peneira é o Crivo de Eratóstenes!

5) Para identificar qualquer primo, você pode usar a incrível ferramenta da regra do cálculo de número primo da lição 28.

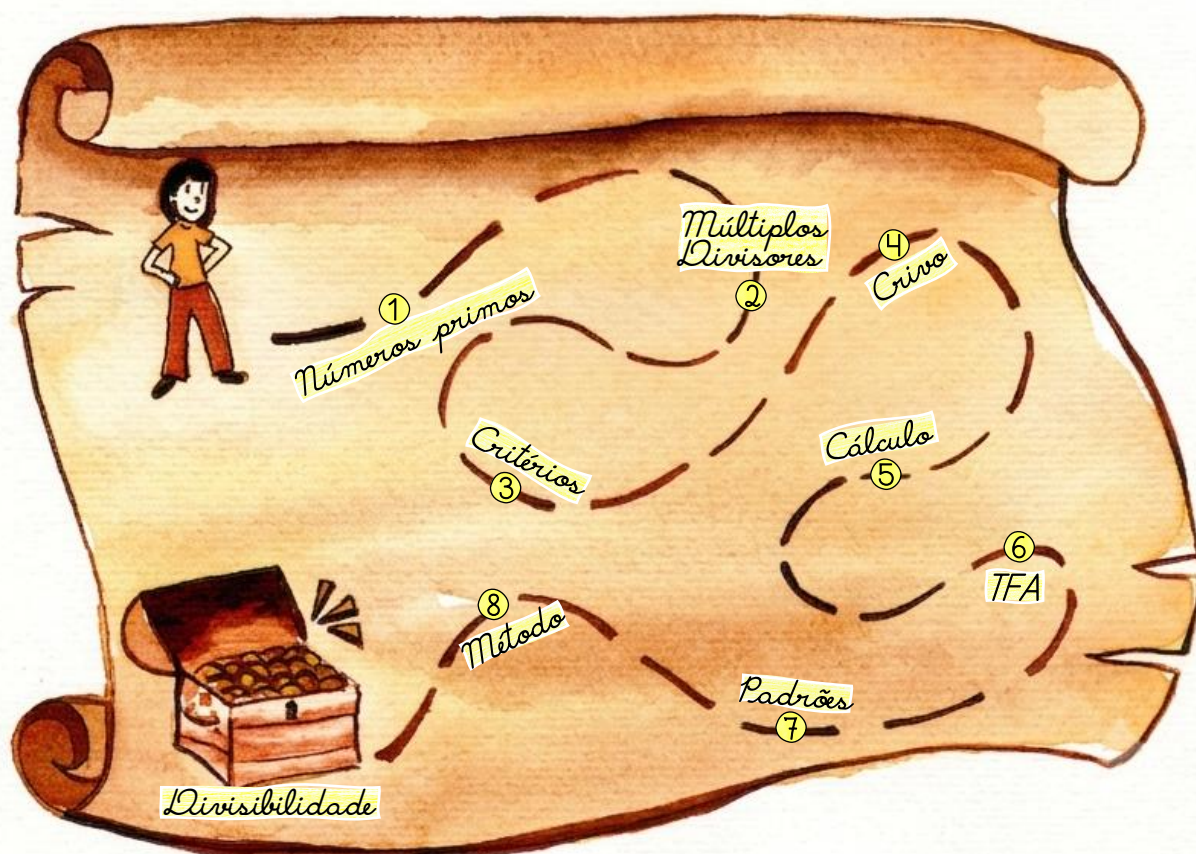
6) Com a fatoração, você escreve qualquer número como uma multiplicação de primos. Esse é o TFA (Teorema Fundamental da Aritmética).

7) Surpreenda-se com os padrões: números quadrados possuem total de divisores ímpar, e os demais números possuem total de divisores par.

8) Com método, você pode encontrar todos os divisores de um número e calcular rapidamente o total de divisores.

Esse estudo amplo e rigoroso dos números primos deixaria qualquer matemático da Grécia antiga satisfeito, não é mesmo?

Pois sintam-se orgulhosos: agora você é oficialmente um detentor de conhecimentos clássicos que moldaram o mundo!



Vamos, agora, avaliar seus conhecimentos em divisibilidade (conteúdo lições 24 a 32).
A prática abaixo reúne 10 questões, cada uma valendo 1 ponto.
O Desafio final vale um ponto extra.
Resolva as questões em seu caderno.
Você tem 50 minutos para concluir. Faça tudo com atenção e revise antes de entregar.

Prova

- ① O que são números primos? Por que eles eram tão importantes aos antigos gregos?
- ② Escreva três números primos, três números compostos, três números triangulares e três números quadrados.
- ③ O que é o Teorema Fundamental da Aritmética? Explique e exemplifique.
- ④ Diga se os números abaixo são divisíveis por 2, 3, 4, 5, 6, 9 ou 10:
 - a) 2376.
 - b) 4350.
 - c) 5481.
- ⑤ Apenas um dos números abaixo é primo. Descubra-o:
 - a) 115.
 - b) 181.
 - c) 187.
- ⑥ Fatore o número 144 e diga quantos são seus divisores.
- ⑦ Encontre todos os divisores de 144.
- ⑧ Um número fatorado tem a forma $2^3 \times 3 \times 5^2$. Responda:
 - a) Quantos são seus divisores?
 - b) Esse número é um quadrado perfeito? Justifique sem calcular o número.
- ⑨ Juca disse: “números pares têm quantidade par de divisores e números ímpares têm quantidade total de divisores ímpar”. Juca está certo? Qual a regra para total de divisores par e ímpar?
- ⑩ Seja o número $N = 2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$. Quais dos números abaixo são divisores de N?
 - i) $A = 2^2 \times 3$.
 - ii) $B = 2 \times 5^2$.
 - iii) $C = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$.
 - iv) $D = 14 \times 15$.
 - v) $E = 12 \times 25$.

Desafio final: 1 ponto extra

 (OBMEP) Se $N = 2^3 \times 3^a \times 7^2$, determine o valor de a, sabendo que N possui 48 divisores naturais.

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.



Lição 39

O reino das frações



Dia ____ / ____ / ____

Comecei às: ____

Terminei às: ____

Demorei ____ minutos.

Prepare-se

1

$$1 + 4 \times 2$$

3

$$7 - 20 \div 5$$

5

$$32 \div 2$$

7

$$1000 - 77$$

2

$$10 - 2 \times 2$$

4

$$3 + 10 \div 5$$

6

$$60 \div 3$$

8

$$997 + 123$$

Lição

Seja bem-vindo ao Reino das Frações!



Ao cruzar os portões deste reino, você conseguirá operar com as frações, resolvendo problemas diversos de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Mas atenção: as pontes levadiças só baixam para aqueles que provarem sua maestria.

Ninguém deve entrar no castelo sem antes dominar os **quatro pilares de sustentação** que mantêm esse reino de pé. Para que esta magnífica construção matemática não desabe, esses quatro conhecimentos precisam ser forjados com perfeição:

1) MMC: é preciso saber reduzir frações diversas a um denominador comum.

2) Extrair inteiros: converter frações impróprias em números mistos.

3) Converter números mistos em frações impróprias.

4) Simplificar frações.

Nas lições anteriores, praticamos o MMC (lição 37), transformar frações impróprias em números mistos e vice-versa (lição 38). Vamos, agora, praticar simplificar frações. Com isso, dominaremos os quatro pilares do Reino das Frações.

Simplificar frações

Simplificar uma fração é exprimi-la em termos menores, mas com o mesmo valor.

Assim, a fração $\frac{12}{24}$ pode ser simplificada para $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$.

Reduzir uma fração à expressão mais simples é exprimi-la nos menores números em que ela pode ser expressa.

Assim, a fração mais simples (ou reduzida) de $\frac{12}{24}$ é $\frac{1}{2}$.

Para simplificar frações, podemos aplicar os critérios de divisibilidade: dada uma fração qualquer, para reduzi-la basta procurar por números que dividam ao mesmo tempo o numerador e o denominador.

⚡ Por exemplo: simplifique a fração $\frac{132}{420}$.

$$\frac{132}{420} =$$

★ Solução:

Passo 1: 132 e 420 são pares, logo vamos começar dividindo por 2.

Passo 2: Podemos novamente dividir por 2.

Passo 3: Podemos dividir ambos os termos por 3.

Não encontro um número que divida 11 e 35 ao mesmo tempo, isto é, os números 11 e 35 não possuem divisores em comum além do 1 (*são primos entre si*).

$$R: \frac{132}{420} = \frac{11}{35}$$

$$\text{Passo 1: } \frac{132}{420} = \frac{66}{210}$$

$$\text{Passo 2: } \frac{132}{420} = \frac{66}{210} = \frac{33}{105}$$

$$\text{Passo 3: } \frac{132}{420} = \frac{66}{210} = \frac{33}{105} = \frac{11}{35}$$

Renomeando frações

Se você abrir um livro de matemática em inglês, verá que muitos autores chamam a simplificação de frações de "*renaming fractions*".

A tradução de *Renaming fractions* é **renomear frações**.

Essa nomenclatura é muito interessante, porque é exatamente isso que fazemos ao simplificar frações: **a fração ganha um novo nome, mas mantém o mesmo valor**.

Assim, a fração $\frac{132}{420}$ foi "renomeada" para $\frac{11}{35}$; nomes diferentes, valores iguais, sendo $\frac{11}{35}$ a forma reduzida ou mais simples de $\frac{132}{420}$.

Frações redutíveis e irredutíveis

Fração redutível é aquela que pode ser expressa em termos menores, mas com o mesmo valor, como $\frac{2}{4}$ ou $\frac{132}{420}$, que podem ser reduzidas.

Fração irredutível é a que não pode ser simplificada. Isto se dá sempre que os termos da fração são números primos entre si, como $\frac{3}{4}$ ou $\frac{11}{35}$.

Como reduzir frações

Há dois modos de reduzir uma fração à sua expressão mais simples:

1º) Dividir sucessivamente ambos os termos da fração por divisores comuns.

Foi como fizemos ao reduzir $\frac{132}{420}$ à sua forma mais simples no início da lição de hoje: dividimos por 2, novamente por 2 e depois por 3. O método prossegue até encontrarmos números primos entre si. Observe que dividir por 2, 2 e 3 é o mesmo que dividir por $2 \times 2 \times 3 = 12$.

2º) Dividir ambos os termos pelo MDC.

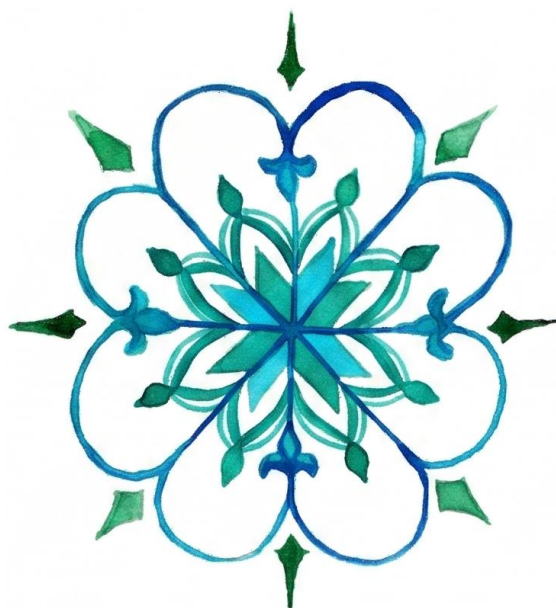
Para $\frac{132}{420}$, $\text{MDC}(132, 420) = 12$. Dividindo ambos os termos por 12, o resultado é $\frac{11}{35}$.

Qual das duas formas usar?

É fundamental conhecer ambas! Porém, na prática, a forma 1 costuma ser a favorita, pois ela permite que você simplifique de forma objetiva e direta, avançando conforme identifica divisores simples, como o 2, o 3 ou o 5.

Para memorizar

- ✓ Simplificar uma fração é exprimi-la em termos menores, mas com o mesmo valor.
- ✓ Fração redutível é aquela que pode ser expressa em termos menores.
- ✓ Fração irredutível (ou fração reduzida) é a que não pode ser simplificada (os termos da fração são números primos entre si).
- ✓ Para simplificar frações, posso dividir sucessivamente ambos os termos usando os critérios de divisibilidade, ou dividir uma única vez pelo MDC.
- ✓ Ao resolver problemas com frações, a resposta deve sempre ser dada em forma reduzida.



Prática

① Represente, com o círculo da divisão, a divisão $10 \div 4$. Escreva esta operação nas formas de divisão, fração, número misto e decimal.

② Em seu caderno, reduza as frações:

a) $\frac{6}{8}$	b) $\frac{24}{36}$
c) $\frac{54}{72}$	d) $\frac{81}{108}$
e) $\frac{150}{200}$	f) $\frac{75}{90}$
g) $\frac{270}{630}$	h) $\frac{1350}{2160}$

③ As frações abaixo são, na verdade, inteiros. Assim, podem ser encaradas como divisões. Escreva o inteiro que corresponde às frações:

a) $\frac{16}{8}$	b) $\frac{24}{4}$
c) $\frac{36}{9}$	d) $\frac{24}{3}$
e) $\frac{10}{2}$	f) $\frac{35}{5}$
g) $\frac{56}{7}$	h) $\frac{18}{6}$

④ Extraia os inteiros das frações impróprias abaixo, reescrevendo-as como números mistos.

a) $\frac{19}{4}$	b) $\frac{25}{11}$
c) $\frac{53}{9}$	d) $\frac{25}{12}$

⑤ Renomeie os números mistos como frações impróprias:

a) $6\frac{1}{3}$	b) $9\frac{2}{7}$
c) $8\frac{2}{5}$	d) $7\frac{2}{3}$

Desafio Olímpico

 (Colégio Militar de Curitiba) Reduza as frações $\frac{5}{20}$, $\frac{8}{12}$ e $\frac{2}{5}$ ao mínimo denominador comum.



Lição 44

Expressões fracionárias



Dia ____ / ____ / ____

Comecei às: ____

Terminei às: ____

Demorei ____ minutos.

Prepare-se

1 4×24

3 $120 + 140$

5 142

7 $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$

2 $90 \div 5$

4 $950 - 250$

6 $\sqrt{81} - \sqrt{16}$

8 $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$

8 continhas para aquecer

Resolva no seu caderno!

Lição

Na lição de hoje, no Reino das Frações, vamos resolver expressões fracionárias. Qual a resposta para o problema a seguir?

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{1}{4} =$$

Para não se perder em uma fração que parece um “prédio de vários andares”, **o segredo é resolver por partes, com paciência e atenção.**

Imagine que existe uma “muralha” que separa o numerador do denominador.

Assim, esqueça por um momento a fração inteira e resolva cada parte como se fossem exercícios separados.

Em cima (numerador), some as frações; embaixo (denominador), subtraia:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10-3}{12} = \frac{7}{12}$$

Excelente! Agora temos a divisão de $\frac{7}{6} \div \frac{7}{12}$ (lembre-se: toda fração é uma divisão!).

Aplicando a regra da divisão de frações (multiplicar pela inversa), obtenho a resposta:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10-3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{7}{6} \div \frac{7}{12} = \frac{7}{6} \times \frac{12}{7} = 2$$

Resposta: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{1}{4} = 2$

Para resolver expressões fracionárias, o segredo é resolver por partes, com atenção e paciência. Não tente resolver tudo de uma vez!

Para memorizar

- ✓ Para resolver expressões fracionárias, o segredo é resolver por partes:
- i. O traço principal é como uma “muralha” que separa o numerador do denominador.



- ii. A muralha está “trancada” por um cadeado. As partes de cima e debaixo da muralha devem ser resolvidas separadamente, como exercícios independentes.
- iii. Continue até que sobre **uma única fração em cima e uma única fração embaixo**. Nesse momento o cadeado se abre: a muralha se abre! E podemos concluir a resolução.
- iv. Lembre-se: **toda fração é uma divisão**. O traço principal é o sinal de divisão entre as duas frações que sobraram.

1) Expressão fracionária: a muralha está trancada! Resolva separadamente numerador e denominador.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$


$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$$

2) O cadeado foi aberto!

$$\frac{\frac{7}{6}}{\frac{7}{12}}$$


3) Agora é só resolver:

$$\frac{7}{6} \times \frac{12}{7} = 2$$

Prática

- ① Em seu caderno, resolva:

a) $\frac{3 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{4}}$	b) $\frac{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}$	c) $\frac{\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}$
d) $\frac{\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}$	e) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}$	f) $\frac{2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}}{1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} =$

Desafio Olímpico

⚡ (PSLE Singapura) Resolva:

$$\frac{3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}}{2\frac{2}{5} - \frac{7}{10}}$$



Lição 56

Raízes decimais



Dia ____ / ____ / ____

Comecei às: ____

Terminei às: ____

Demorei ____ minutos.

Prepare-se

1 $\frac{4}{8}$ 3 $\frac{1}{4}$ 5 $\frac{3}{5}$ 7 $\frac{1}{8}$ 9 $\frac{5}{8}$

2 $\frac{1}{2}$ 4 $\frac{2}{3}$ 6 $\frac{1}{6}$ 8 $\frac{3}{8}$ 10 $\frac{2}{8}$

De fração para decimal Escreva o decimal correspondente!

Lição

Na lição passada, calculamos potências de números decimais.

Hoje, vamos calcular raízes de números decimais.

Lembre-se: a **radiciação** é a operação inversa da **potenciação**. Se $3^2 = 9$, então $\sqrt{9} = 3$.

Ora, na lição anterior calculamos $(0,2)^2 = 0,04$.

Portanto, pelo caminho de volta:

$$\sqrt{0,04} = 0,2$$

Lemos: a raiz quadrada de 0,04 é 0,2. Simples, não é? Vamos estudar mais a fundo este tema, e entender como obter as raízes de qualquer decimal.

Raiz de frações decimais

Todo número decimal pode virar uma fração decimal – e já aprendemos a extrair raízes de frações! Basta extrair separadamente a raiz do numerador e do denominador.

Para a raiz de 0,04:

$$\sqrt{0,04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = 0,2$$

Transformamos 0,04 em $\frac{4}{100}$, e extraímos as raízes separadas de 4 e 100, obtendo $\frac{2}{10}$.

O mesmo raciocínio vale para raízes cúbicas, quartas etc.

Qual a raiz cúbica de 0,008? Vamos transformar em fração:

$$\sqrt[3]{0,008} = \sqrt[3]{\frac{8}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{2}{10} = 0,2$$

Regra: para extrair a raiz de um número decimal, podemos transformar em fração decimal e extrair as raízes separadamente do numerador e do denominador.

Exemplos:

$$\diamond \sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0,5.$$

$$\diamond \sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Cuidado com este erro!

Muitos alunos escrevem que $\sqrt{0,04} = 0,02$. Isso está errado! É fácil verificar: $(0,02)^2 = 0,0004$, e não 0,04. A raiz de 0,04 é 0,2, como vimos.

Cálculo mental

Há algumas regras práticas que podemos seguir para calcular de forma simples e rápida raízes de números decimais.

Por exemplo: qual a raiz quadrada de 0,16?

Ora, da tabuada eu sei que a raiz de 16 é 4. Como em 0,16 há 2 casas decimais, cada fator deve ter 1 casa decimal. Logo, a raiz de 0,16 é 0,4.

$$\sqrt{0,16} = 0,4$$

Da mesma forma, qual a raiz de 0,0049?

Ora, da tabuada eu sei que a raiz de 49 é 7. Como em 0,0049 há 4 casas decimais, cada fator deve ter 2 casas decimais. Logo, a raiz de 0,0049 é 0,07.

$$\sqrt{0,0049} = 0,07$$

O mesmo vale para raízes cúbicas. Qual a raiz cúbica de 0,125?

Ora, eu sei que a raiz cúbica de 125 é 5, pois $5 \times 5 \times 5 = 125$. Como em 0,125 há 3 casas decimais, cada fator deve ter 1 casa decimal. Logo, a raiz de 0,125 é 0,5.

$$\sqrt[3]{0,125} = 0,5$$

E quando a conta não dá certo?

Por exemplo: quanto é $\sqrt{0,4}$?

Pela regra das casas, 0,4 tem 1 casa decimal. Sinal de alerta! Não conseguimos resolver com a regra que aprendemos acima.

Podemos tentar acrescentar um zero: $0,4 = 0,40$, o que torna nossa raiz $\sqrt{0,40} = \sqrt{\left(\frac{40}{100}\right)}$.

Mas 40 não é um quadrado perfeito. Logo, $\sqrt{0,4}$ não é um decimal exato.

Na verdade, a raiz de 0,4 pertence a um outro conjunto de números, que aprenderemos mais adiante, em séries mais avançadas. Portanto, agora, vamos concentrar nossos estudos nos números e casos que já temos ferramentas para resolver!

Para memorizar



- ✓ A radiciação é a operação inversa da potenciação. Se $(0,2)^2 = 0,04$, então $\sqrt{0,04} = 0,2$.
- ✓ Extrair a raiz de uma fração é extrair a raiz do numerador e do denominador.
- ✓ Memorize:

$\sqrt{0,01} = 0,1$	$\sqrt{0,04} = 0,2$	$\sqrt{0,09} = 0,3$	$\sqrt{0,16} = 0,4$	$\sqrt{0,25} = 0,5$
$\sqrt{0,36} = 0,6$	$\sqrt{0,49} = 0,7$	$\sqrt{0,64} = 0,8$	$\sqrt{0,81} = 0,9$	$\sqrt{1} = 1$

Prática

① Calcule as seguintes raízes:

a) $\sqrt{0,36}$	b) $\sqrt{0,0081}$	c) $\sqrt[3]{0,064}$	d) $\sqrt{0,0016}$	e) $\sqrt{0,49}$
f) $\sqrt{0,0004}$	g) $\sqrt{2,25}$	h) $\sqrt{0,000009}$	i) $\sqrt{1,21}$	j) $\sqrt{0,0121}$
k) $\sqrt[3]{0,001}$	l) $\sqrt{1,44}$	m) $\sqrt[3]{1,728}$	n) $\sqrt[4]{0,0016}$	o) $\sqrt[3]{0,000125}$

② Calcule as potências:

a) $(0,02)^3$	b) $(1,4)^2$	c) $(3,2)^2$	d) $(0,01)^3$	e) $(1,01)^2$
---------------	--------------	--------------	---------------	---------------

③ Escreva o resultado das divisões como decimais:

a) $11/2$	b) $20/3$	c) $38/4$	d) $42/5$	e) $65/8$
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

④ Calcule as seguintes potências (as respostas podem ser deixadas em forma de fração):

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$	b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$	c) $\left(\frac{4}{7}\right)^1$	d) $\left(\frac{7}{8}\right)^2$	e) $\left(\frac{9}{10}\right)^2$
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------

⑤ Encontre as raízes (as respostas podem ser deixadas em forma de fração):

a) $\sqrt{\frac{1}{4}}$	b) $\sqrt{\frac{9}{25}}$	c) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$	d) $\sqrt{\frac{16}{81}}$	e) $\sqrt{\left(6\frac{1}{4}\right)}$
-------------------------	--------------------------	-----------------------------	---------------------------	---------------------------------------

⑥ Escreva os decimais como fração:

- a) 0,2.
- b) 1,3.
- c) 0,08.

⑦ Qual o valor de $1,5 \div 0,5$?

⑧ A partir da fração, escreva os decimais:

a) $1/5$	b) $1/3$	c) $1/8$	d) $3/4$	e) $4/5$
f) $1/4$	g) $1/2$	h) $1/6$	i) $3/5$	j) $4/8$

Desafio Olímpico

 (PSLE Singapura) Calcule o valor da expressão:

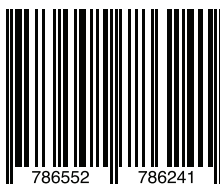
$$\sqrt{0,16} + \sqrt{0,0025} - \sqrt{0,0009}$$

- a) 0,42.
- b) 0,48.
- c) 0,6.
- d) 0,12.
- e) 0,06.

editora
Elementinhos



ISBN 978-65-5278-624-1



9 786552 786241